## 论文《RGB-D SLAM in Indoor Environments with STING-Based Plane Feature Extraction》补充实验方案

孙沁璇, 2017.9.13

## 基于位姿图的后端优化

SLAM 系统的前端(frontend)采用基于 PF-RGBD-CPE 方法的视觉里程计(VO),后端(backend) 采用位姿图优化[1][2]的方法。位姿图的节点表示机器人在某一时刻的位姿,边表示节点之间通 过传感器观测获得的约束信息。位姿图优化的目标是最大化观测似然来得到节点的最佳配置。

通过PF-RGBD-CPE方法可以得到第i帧与第i+1帧之间的旋转变换 $R_{i(i+1)} \in SO(3)$ 和平移变换 $t_{i(i+1)} \in R^3$ ,令

$$\boldsymbol{G}_{i(i+1)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{i(i+1)} & \boldsymbol{t}_{i(i+1)} \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 1 \end{bmatrix} \in SE(3)$$
(1)

令 $G_i$ 为机器人在第i帧时的位姿,并假设机器人 SLAM 过程中的第一帧的传感器坐标系即为全局坐标系,即 $G_1 = I_{4\times 4}$ 。则有

$$\boldsymbol{G}_i = \boldsymbol{G}_{i-1} \boldsymbol{G}_{(i-1)i} \tag{2}$$

在位姿图优化的过程中,分别用李代数 $\boldsymbol{\xi}_i = \log_{SE(3)} (\boldsymbol{G}_i) \in se(3)$ 和 $\boldsymbol{\xi}_{ij} = \log_{SE(3)} (\boldsymbol{G}_{ij}) \in se(3)$ 表示机器人在第i帧的位姿(作为图的节点),以及由传感器得到的第i帧与第j帧机器人位姿之间的空间约束(作为图的边),位姿图的示意图如图 1 所示。



图1 位姿图示意图

令  $f_{ii}(\boldsymbol{\xi}_i, \boldsymbol{\xi}_i)$  表示根据节点  $\boldsymbol{\xi}_i \in \boldsymbol{\xi}_i$  计算得到的其相对位姿变换,并由此定义误差  $\boldsymbol{e}_{ii}$  为

$$e_{ij}\left(\boldsymbol{\xi}_{i},\boldsymbol{\xi}_{j}\right) = f_{ij}\left(\boldsymbol{\xi}_{i},\boldsymbol{\xi}_{j}\right) - \boldsymbol{\xi}_{ij}$$

$$\tag{3}$$

假设观测噪声为高斯白噪声,则第i帧与第j帧之间的边对应的负对数似然为

$$F_{ij}\left(\boldsymbol{\xi}_{i},\boldsymbol{\xi}_{j}\right) = e_{ij}\left(\boldsymbol{\xi}_{i},\boldsymbol{\xi}_{j}\right)^{T}\Omega_{ij}e_{ij}\left(\boldsymbol{\xi}_{i},\boldsymbol{\xi}_{j}\right)$$
(4)

其中 $\Omega_{ij}$ 为描述 $\xi_{ij}$ 不确定性的信息矩阵(本文实验中均设为单位矩阵)。假设每次观测都是独立的,则有

$$F\left(\boldsymbol{\xi}\right) = \sum_{\langle i,j\rangle \in C} F_{ij}\left(\boldsymbol{\xi}_{i}, \boldsymbol{\xi}_{j}\right)$$
(5)

其中 $\boldsymbol{\xi} = [\boldsymbol{\xi}_1^T, \boldsymbol{\xi}_2^T, \dots, \boldsymbol{\xi}_N^T]^T$ 表示图中所有的节点,  $C = \{\langle i_1, j_1 \rangle, \dots, \langle i_M, j_M \rangle\}$ 表示约束 $\boldsymbol{\xi}_{ij}$ 存在的所有 下标组合的集合。最大化 $F(\boldsymbol{\xi})$ 从而得到节点的最佳配置 $\boldsymbol{\xi}^*$ 

$$\boldsymbol{\xi}^* = \arg\min_{\boldsymbol{\xi}} F\left(\boldsymbol{\xi}\right) \tag{6}$$

式(6)可以通过非线性优化(Gauss-Newton 方法)来迭代求解。对于每一步迭代的过程,求解  $e_{ij}(\xi_i,\xi_j)$ 在迭代的初值 $\hat{\xi} = [\hat{\xi}_1^T,\hat{\xi}_2^T,\dots,\hat{\xi}_N^T]^T$ 处的一阶泰勒展开

$$e_{ij}\left(\hat{\boldsymbol{\xi}}_{i}+\Delta\boldsymbol{\xi}_{i},\hat{\boldsymbol{\xi}}_{j}+\Delta\boldsymbol{\xi}_{j}\right) = e_{ij}\left(\hat{\boldsymbol{\xi}}+\Delta\boldsymbol{\xi}\right) \approx e_{ij}\left(\hat{\boldsymbol{\xi}}\right) + \boldsymbol{J}_{ij}\Delta\boldsymbol{\xi}$$
(7)

其中 $J_{ij}$ 是 $e_{ij}(\hat{\xi}+\Delta\xi)$ 对 $\hat{\xi}$ 的Jacobian 矩阵。式(7)代入式(4)可得

$$F_{ij}\left(\hat{\boldsymbol{\xi}} + \Delta \boldsymbol{\xi}\right) = e_{ij}\left(\hat{\boldsymbol{\xi}} + \Delta \boldsymbol{\xi}\right)^{T} \Omega_{ij} e_{ij}\left(\hat{\boldsymbol{\xi}} + \Delta \boldsymbol{\xi}\right)$$

$$\approx \left(e_{ij}\left(\hat{\boldsymbol{\xi}}\right) + \boldsymbol{J}_{ij}\Delta \boldsymbol{\xi}\right)^{T} \Omega_{ij}\left(e_{ij}\left(\hat{\boldsymbol{\xi}}\right) + \boldsymbol{J}_{ij}\Delta \boldsymbol{\xi}\right)$$

$$= c_{ij} + 2\boldsymbol{b}_{ij}\Delta \boldsymbol{\xi} + \Delta \boldsymbol{\xi}^{T} \boldsymbol{H}_{ij}\Delta \boldsymbol{\xi}$$
(8)

其中

$$c_{ij} = e_{ij} \left( \hat{\boldsymbol{\xi}} \right)^{T} \Omega_{ij} e_{ij} \left( \hat{\boldsymbol{\xi}} \right)$$
  
$$\boldsymbol{b}_{ij} = 2e_{ij} \left( \hat{\boldsymbol{\xi}} \right)^{T} \Omega_{ij} \boldsymbol{J}_{ij}$$
  
$$\boldsymbol{H}_{ij} = \boldsymbol{J}_{ij}^{T} \Omega_{ij} \boldsymbol{J}_{ij}$$
(9)

再将式(8)代入式(5)可得

$$F\left(\hat{\boldsymbol{\xi}} + \Delta \boldsymbol{\xi}\right) = \sum_{\langle i,j \rangle \in C} F_{ij}\left(\hat{\boldsymbol{\xi}} + \Delta \boldsymbol{\xi}\right)$$
$$\approx \sum_{\langle i,j \rangle \in C} \left(c_{ij} + 2\boldsymbol{b}_{ij}\Delta \boldsymbol{\xi} + \Delta \boldsymbol{\xi}^T \boldsymbol{H}_{ij}\Delta \boldsymbol{\xi}\right)$$
$$= c + 2\boldsymbol{b}^T \Delta \boldsymbol{\xi} + \Delta \boldsymbol{\xi}^T \boldsymbol{H} \Delta \boldsymbol{\xi}$$
(10)

其中

$$c = \sum_{\langle i,j \rangle \in C} c_{ij}, \ \boldsymbol{b} = \sum_{\langle i,j \rangle \in C} \boldsymbol{b}_{ij}, \ \boldsymbol{H} = \sum_{\langle i,j \rangle \in C} \boldsymbol{H}_{ij}$$
(11)

Δζ可以通过解线性方程来求解

$$\boldsymbol{H}\Delta\boldsymbol{\xi}^* = -\boldsymbol{b} \tag{12}$$

则下一步迭代的初值 $\hat{\xi}^*$ 可由式(13)计算得到。

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}^* = \hat{\boldsymbol{\xi}} + \Delta \boldsymbol{\xi}^* \tag{13}$$

## 实验结果

在实验中, SLAM 系统采用基于 PF-RGBD-CPE 方法的视觉里程计(VO)进行前端位姿估计, 通过 g2o[3]来实现地图校正作为整个 SLAM 系统的后端优化,并将实现结果与另外两个 SLAM 系统——ElasticFusion[4]以及基于 RGBD-ICP 和 SBA 的 SLAM 系统[5],在 Freiburg 数据集上运 行的结果进行对比,其 ATE 的对比结果如表 1 所示。

表 1 三个 SLAM 系统的 ATE 对比结果			
	PF-RGBD-CPE + g2o	ElasticFusion	RGBD-ICP + SBA
Fr1/xyz	0.011m	0.011m	0.014m
Fr2/desk	0.053m	0.071m	0.113m
Fr1/room	0.083m	0.068m	1.322m
Fr3/cabinet	0.032m	Failed	1.152m
Fr2/pioneer360	0.209m	Failed	Failed

由表 1 可以看出,本文提出的 SLAM 系统在除了 Fr1/room 之外的其他四个图像序列上都得到了最小 ATE 结果。在图像序列 Fr1/room 上 ElasticFusion 得到最小 ATE,然而, ElasticFusion

在 Fr3/cabinet 和 Fr2/pioneer360 上都运行失败,因为 Fr3/cabinet 场景简单,纹理信息较少,导致 ElasticFusion 中基于光度误差(photometric error)的数据关联失败。Fr2/pioneer360 的采集场景面积较大,有多处超出了 Kinect 传感器的有效深度测量范围,而 ElasticFusion 是基于稠密地图 创建的 SLAM 方法,在这种情况下运行失败。对于本文提出的 SLAM 方法,由于平面特别的利用,对于上述极端场景具备一定的鲁棒性,在 Fr3/cabinet 和 Fr2/pioneer360 上均成功运行并且取得了较好的结果。图 2 到图 6 显示了五个图像序列上后端地图校正前与校正后轨迹与groundtruth 的对比情况。





## 参考文献

- [1] E. Olson, J. Leonard, and S. Teller, "Fast iterative optimization of pose graphs with poor initial estimates," in Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation (ICRA), 2006, pp. 2262 2269.
- [2] G. Grisetti, C. Stachniss, and W. Burgard, "Non-linear constraint network optimization for efficient map learning," IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems, 2009.
- [3] R. Kmmerle, G. Grisetti, H. Strasdat, K. Konolige and W. Burgard, "G2o: A general framework for graph optimization," in Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom., Shanghai, China, 2011, pp. 3607-3613.
- [4] T. Whelan, R.F. Salas-Moreno, B. Glocker, A.J. Davison and S. Leutenegger, "ElasticFusion: Real-time dense SLAM and light source estimation," Int. J. Robot. Res., vol. 35, no. 14, pp. 1697-1716, 2016.
- [5] P. Henry, M. Krainin, E. Herbst, X. Ren and D. Fox, "RGB-D mapping: Using kinect-style depth cameras for dense 3D modeling of indoor environments," Int. J. Robot. Res., vol. 31, no. 5, pp. 647-663, 2012.